第12讲 概率初步1

**知识梳理**

**1．确定事件和随机事件**

**(1)必然事件和不可能事件——确定事件**

在一定条件下必定出现的现象叫做**必然事件**；在一定条件下必定不出现的现象叫做**不可能事件**；必然事件和不可能事件统称为**确定事件**.

**(2)随机事件或不确定事件**

在一定条件下可能出现也可能不出现的现象叫做**随机事件**，也称为不确定事件.

**2．事件发生的可能性**

各种事件发生的可能性有大、有小，数学符号语言通常用字母“*P*”表示.

**3．事件的概率**

**(1)概率：**用来表示某事件发生的可能性大小的数叫做这个事件的**概率**.

必然事件的概率为 1，不可能事件的概率为 0，随机事件的概率为 0＜*P*＜1.

为了叙述的方便，我们可用大写的英文字母来表示事件，如事件*A*、事件*B*、……等；事件*A*的概率，记作*P*(*A*).

如果用*V*表示不可能事件，*U*表示必然事件，那么*P*(*V*)=0，*P*(*U*)=1.

对于随机事件*A*，可知0<*P*(*A*)<1.

**(2)频率**

在大量重复某同一试验时，事件*A*发生的次数÷试验的总次数所得的值，我们把它称为事件*A*发生的**频率**.

通常把某事件在大数次试验中发生的频率，作为这个事件的概率的估计值.

随机现象的两个特征：

(1)结果的随意性：在相同的条件下做重复的试验时，如果试验的结果不止一个，则试验前无法预料哪一种结果将发生；

(2)频率的稳定性：大量重复试验时，事件*A*出现的频率尽管是随机的，却“稳定”在某一个常数附近，试验的次数越多，频率就越接近这个“常数”.

我们把这一常数就称为事件*A*的概率*P*(*A*)，也就是用频率去估计概率.

**(3)等可能事件**

一项可以反复进行的试验具有以下特点：

① 试验的结果是有限个，各种结果可能出现的机会是均等的；

② 任何两个结果不可能同时出现.

符合上述两个条件的试验叫做**等可能试验**；各个结果出现的事件称为**等可能事件**.

等可能事件的概率计算方法：.

**(4)等可能试验结果的分析方法(枚举法)**

树形图；列表法.它们都是枚举法的不同表现形式.

**4．利用概率的知识解决一些实际问题，如利用概率判断游戏的公平性等.**

**典型解析**

**一、确定事件和随机事件**

**例1：**指出下列成语所描述的事件是必然事件，还是不可能事件，还是随机事件：

(1) 瓜熟蒂落； (2)一箭双雕； (3)旭日东升； (4)海底捞月； (5)石沉大海.

**【变式训练】**

指出下列语句所描述的事件是必然事件，还是不可能事件，还是随机事件：

(1)在一副扑克牌中任意抽10张牌，其中有5张*A*；

(2)拨打电话给同学时正好遇到忙音；

(3)马路上接连驶过的两辆汽车，它们的牌照尾数都是奇数；

(4)10只鸟关在3个笼子里，至少有一个笼子关的鸟超过3只；

(5)掷一枚骰子，点数为4的一面朝上；

(6)蜡烛在没有氧气的瓶子中燃烧；

(7)明天太阳从西边出来.

**例2：**在下列空格上填必然事件、随机事件或不可能事件：

(1)等腰梯形的对角线相等：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；(2)=*a*：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(3)一次函数*y*=*kx*+*b*，当*k*<0，*b*>0时，函数图像能经过第三象限：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(4)方程的解是*x*=1：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(5)三个角都是直角的四边形是矩形：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：(1)必然事件；(2)随机事件；(3)不可能事件；(4)不可能事件；(5)必然事件

**【变式训练】**

指出下列事件中，哪些是必然事件，哪些是不可能事件，哪些是随机事件：

(1)两直线平行，内错角相等；

(2)任取一个实数，这个数有两个平方根；

(3)平面上任何一个三角形的三个内角和都是180°；

(4)一元二次方程*x*2+2*x*+3=0无实数解；

(5)*a*2+*b*2=-1 (其中*a*，*b*都是实数)；

(6) 两组对应边以及一组对应角相等的两个三角形全等.

**二、事件发生的可能性**

**例3：**用语言描述下列事件发生的可能性，在下列空格中填写“不可能发生”、“有可能发生”、“一定发生”：

(1)三条线段组成一个三角形：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(2)方程+1=0有实数根：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(3)两直线平行，同位角相等：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

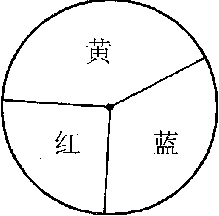
(4)直线*y*=2*x*与直线*y*=2*x*+1没有交点：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(5)偶数能被3整除：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_； (6)菱形是正方形：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

答案：(1)有可能发生；(2)不可能发生；(3)一定发生；(4)一定发生；(5)有可能发生；(6)有可能发生

**【变式训练】**

如图，一个圆形游戏转盘，红、黄、蓝三个扇形的圆心角度数分别是90°、150°、120°，让转盘自由转动，当转盘停止后，指针落在哪个区域的可能性最大？在哪个区域的可能性最小？



答案：落在黄色区域的可能性最大，红色区域的可能性最小

**例4：**在一副扑克牌中任意抽出一张，用*P*(1)、*P*(2)、*P*(3)、*P*(4)、*P*(5)、*P*(6)、*P*(7)分别表示抽到黑桃、*A*、7、大怪、红桃6、黑桃奇数、草花偶数的可能性，用“>”、“=”把它们联结起来.

答案：*P*(1)>*P*(6)>*P*(7)>*P*(2)=*P*(3)>*P*(4)=*P*(5)

**【变式训练】**

小聪和小明要去九峰山风景区玩，他们打算先坐公交车到区府站，然后步行至电影院门口搭乘旅游专线车.他们可以坐703路、783路、787路三路公交车，已知703路车8分钟一辆，783路车10分钟一辆，787路车40分钟一辆，他们去公交车站最先等到几路车的可能性最大？最先等到几路车的可能性最小？

答案：最先等到703路可能性最大，787路间隔时间最长，最先等到787路的可能性最小

**三、概率的意义**

**例5：**在一场足球比赛前，甲教练预言说：“根据我掌握的情况，这场比赛我们队有 60％的机会获胜”意思最接近的是( ).

A．这场比赛他这个队应该会赢

B．若两个队打100场比赛，他这个队会赢60场

C．若这两个队打10场比赛，这个队一定会赢6场比赛

D．若这两个队打100场比赛，他这个队可能会赢60场左右

**【变式训练】**

下列说法正确的是( )

A．对于任一事件的概率*p*，总有0＜*p*＜1 B．不可能事件的概率不一定为0

C．事件“矩形的对角线相等”是随机事件 D．必然事件的概率一定为1

**四、概率计算**

**例6：**一个袋中装有6个黑球3个白球，这些球除颜色外，大小、形状、质地完全相同，在看不到球的情况下，随机的从这个袋子中摸出一个球，摸到白球的概率是( ).

A． B． C． D．

**【变式训练】**

一个不透明的袋中装有除颜色外其余均相同的5个红球和3个黄球，从中随机摸出一个，则摸到黄球的概率是( )

A． B． C． D．

**五、列表法和树状图法**

**例7：**用树状图法求下列事件的概率：

1. 连续掷两次硬币，两次朝上的面都相同的概率是多少？
2. 连续掷三次，至少出现两次正面朝上的概率是多少？

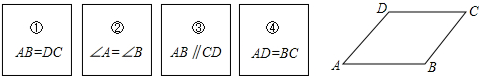
**【变式训练】**

一个口袋中有4个相同的小球，分别写有字母*A*，*B*，*C*，*D*，随机地抽出一个小球后放回，再随机地抽出一个小球．

(1)使用列表法或树形法中的一种，列举出两次抽出的球上字母的所有可能结果；

(2)求两次抽出的球上字母相同的概率．

**例8：**四张背面完全相同的纸牌(如图，用①、②、③、④表示)．正面分别写有四个不同的条件，小明将这4张纸牌背面朝上洗匀后，先随机抽出一张(不放回)，再随机抽出一张．



(1)写出两次摸牌出现的所有可能的结果(用①、②、③、④表示)；

(2)以两次摸出的牌面上的结果为条件，求能判断四边形*ABCD*为平行四边形的概率．

**【变式训练】**

用列表的方法求下列概率：已知|*a*|=2，|*b*|=5，求|*a*-*b*|的值为3的概率.

答案：*P*= 提示：列表如下

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 2 | -2 |
| 5 | 3 | 7 |
| -5 | 7 | 3 |

**六、用频率估计概率**

**例9：**“六•一”期间，小洁的妈妈经营的玩具店进了一纸箱除颜色外都相同的散装塑料球共1000个，小洁将纸箱里面的球搅匀后，从中随机摸出一个球记下其颜色，把它放回纸箱中；搅匀后再随机摸出一个球记下其颜色，把它放回纸箱中；…多次重复上述过程后，发现摸到红球的频率逐渐稳定在0.2，由此可以估计纸箱内红球的个数约是 个．

**七、概率的应用(游戏的公平性)**

**例10：**在一个口袋中有4个完全相同的小球，把它们分别标号1、2、3、4．小明先随机地摸出一个小球，小强再随机地摸出一个小球.记小明摸出球的标号为*x*，小强摸出的球标号为*y*.小明和小强在此基础上共同协商一个游戏规则：当*x* >*y* 时小明获胜，否则小强获胜.

①若小明摸出的球不放回，求小明获胜的概率．

②若小明摸出的球放回后小强再随机摸球，问他们制定的游戏规则公平吗？请说明理由．

**【变式训练】**

甲、乙各掷一次正方体骰子比大小，当甲、乙的点数相同时，算两人平手；当甲的点数大于乙时，算甲获胜；当乙的点数大于甲的时，算乙获胜，则甲获胜的概率是( )

A． B． C． D．

**同步训练**

**一、填空题**

1．在下列空格上填必然事件、随机事件或不可能事件：

(1)任意找一名初中生，结果年龄在14～16岁之间：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(2)偶数能被2整除：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(3)平面直角坐标系中，一次函数*y*=4*x*+3的函数值*y*随*x*的增大而增大：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(4)2009年的2月有29天：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(5)从0，1，2，…，9这十个数中任选取两个数，和为30：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(6)北京市在2008年举办奥运会：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(7)所有的合数都是奇数：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(8)打开电视机，任意选择一个频道，正在播电视剧：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案：(1)随机事件；(2)必然事件；(3)必然事件；(4)不可能事件；(5)不可能事件；(6)必然事件；(7)不可能事件；(8)随机事件

2．在下列空格上填必然事件、随机事件或不可能事件：

(1)|*a*|=*a*：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(2)若*a*>*b*，则*a*+*c*>*b*+*c*：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(3)同旁内角互补，两直线平行：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(4)若一个角的两边分别平行于另一个角的两边，则这两个角相等：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(5)对角线相等的四边形是平行四边形：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案：(1)随机事件；(2)必然事件；(3)必然事件；(4)随机事件；(5)随机事件

3．用语言描述下列事件发生的可能性，在下列空格中填写“不可能发生”、“有可能发生”、“一定发生”：

(1)在函数*y*=-中，当*x*<0时，*y*随*x*的增大而增大：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(2)=0：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(3)有两个角相等的三角形是等边三角形：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

(4)线段1，2，3能组成三角形：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(5)两个无理数的和是无理数：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(6)两个有理数的和是有理数：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案：(1)一定发生；(2)有可能发生；(3)有可能发生；(4)不可能发生；(5)有可能发生；(6)一定发生

4．在一次抽奖活动中，中奖的概率是，则不中奖的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案：0.97

5．某篮球运动员投3分球的命中率为50%，投2分球的命中率为80%，一场比赛中据说他投了20次2分球，投了6次3分球，估计他在比赛中得了\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_分．

答案：41

6．一副扑克牌(去掉大小王)，任意抽取其中一张，抽到红桃的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，抽到*A*的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案：

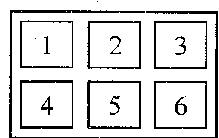
7．求下列事件的概率：

(1)中国象棋红方棋子按兵种不同分布如下：1个帅，5个兵，“士、象、车、马、炮”各两个，将所有棋子反面朝上放在棋盘中，任取一个不是兵和帅的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(2)从1到1000这1000个连续整数中，任意取一个数，那么这个数能被9整除的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(3)某电视台综艺节目接到热线电话3000个，现要从中抽取“幸运观众”10名，张华同学打通了一次热线电话，那么他成为“幸运观众”的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

(4)图中每一个标有数字的方块均是可以翻动的木牌，其中只有两块木牌的背面贴有中奖标志，则随机翻动一块木牌中奖的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



答案：(1)(2)(3)(4)

8．甲、乙两个同学做“石头、剪刀、布”的游戏，在一个回合中两人能分出胜负的概率是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

答案：

**二、选择题**

9．下列说法中正确的是( )．

(A)布袋中共有4个球，1个黑球3个红球，摸到黑球和红球的可能性一样大

(B)掷一枚图钉，针尖朝上和针帽朝上可能性一样大

(C)从一个45人班里抽一个同学，他的学号是奇数和偶数的可能性一样大

(D)从没有大小王的52张牌中任意抽一张，抽到*K*的可能性和抽到3的可能性一样大

答案：D

10．如图①，有6张写有汉字的卡片，它们的背面都相同，现将它们背面朝上洗匀后如图②摆放，从中任意翻开一张是汉字“自”的概率是( )．

Image5

答案：A

**三、解答题**

11． 5名同学参加演讲比赛，以抽签方式决定每个人的出场顺序．签筒中有5根形状大小相同的纸签，上面分别标有出场的序号1，2，3，4，5．小军首先抽签，他在看不到纸签上数字的情况下从签筒中随机(任意)地取一根纸签．

(1)抽到的序号是0，可能吗？这是什么事件？

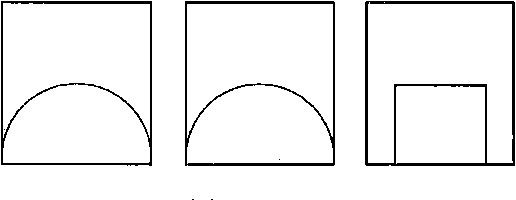
(2)抽到的序号小于6，可能吗？这是什么事件？

(3)抽到的序号是1，可能吗？这是什么事件？

(4)你能列举与事件(3)相似的事件吗？

答案：(1)不可能事件；(2)必然事件；(3)随机事件；(4)略

12．如图，准备三张大小相同的纸片，其中两张上各画了一个半径相等的半圆，另一张上画了一个正方形，将这三张纸片放在一个盒子里摇匀，随机地抽取两张纸片，若可以拼成一个圆形(取出的两张纸片都画有半圆形)，则甲赢；若可以拼成一个蘑菇形(取出的一张纸片画有半圆、一张纸片画有正方形)，则乙赢，你认为这个游戏对双方公平吗？若不是，有利于谁？



答案：游戏不公平，有利于乙方

13．下面三张卡片上分别写有一个整式，把它们背面朝上洗匀，小明闭上眼睛，从中随机抽取一张卡片，再从剩下的卡片中随机抽取另一张，第一次抽取的卡片上的整式作为分子，第二次抽取的卡片上的整式作为分母，用“树形图”求能组成分式的概率是多少．

Image8

答案：(1) Image4；(2)概率为

**走进中考**

1．(2017·上海中考)不透明的布袋里有2个黄球、3个红球、5个白球，它们除颜色外其它都相同，那么从布袋中任意摸出一个球恰好为红球的概率是 ．

答案：

2．(2016·上海中考)有一枚材质均匀的正方体骰子，它的六个面上分别有1点、2点、、6点的标记，掷一次骰子，向上的一面出现的点数是3的倍数的概率是 ．

答案：